

Conformal flatness and self-duality of circle bundle metrics

著者	佐藤 尊文
内容記述	Thesis (Ph. D. in Mathematics)--University of Tsukuba, (A), no. 2057, 1999.3.25
発行年	1999
その他のタイトル	サークルバンドル計量の共形平坦性と自己双対性
URL	http://hdl.handle.net/2241/3477

氏 名 (本 籍)	佐 藤 尊 文 (秋 田 県)
学 位 の 種 類	博 士 (数 学)
学 位 記 番 号	博 甲 第 2,057 号
学位授与年月日	平 成 11 年 3 月 25 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当
学 位 論 文 題 目	Conformal Flatness and Self-duality of Circle Bundle Metrics (サークルバンドル計量の共形平坦性と自己双対性)
主 査	筑波大学教授 理学博士 伊 東 光 弘
副 査	筑波大学教授 理学博士 加 藤 久 男
副 査	筑波大学教授 理学博士 平 良 和 昭
副 査	筑波大学教授 理学博士 本 橋 信 義

論 文 の 内 容 の 要 旨

ふたつの Riemann 多様体間に角度を保つ写像が存在するとき、これら多様体は共形的であるといわれる。共形的な多様体に固有の性質を研究するのが共形幾何学である。Euclid 空間と局所的に共形的な多様体は共形平坦な多様体であるといわれ、共形平坦多様体の研究は共形幾何学の中心課題となっている。

著者は本論文において、共形平坦性問題を Riemann 多様体上のファイバーが円周であるサークル主バンドル上で考察した。すなわち非自明サークルバンドル上のサークルバンドル計量が共形平坦になるための条件を導き出したことである。

論文で著者の得た第一の定理の内容は次のものである。底空間が負定値 Ricci テンソルの 3 次元 Riemann 多様体であるサークルバンドルに対して、バンドルの接続が Yang-Mills ならば、自己双対的サークルバンドル計量は共形平坦となる。

著者は次に、4 次元底空間上の 5 次元サークルバンドルにおけるサークルバンドル計量の共形平坦性を考察した。

(i) 底空間が 4 次元自己双対的である。(ii) バンドル接続が自己双対的であるの 2 条件のもとに、サークルバンドルは、計量までこめて本質的には、低空間が複素 2 次元複素射影空間である 5 次元球面となり、さらにバンドル構造は 5 次元 Hopf バンドルと一致するという結論をえた。

以上、著者は 4 次元、5 次元サークルバンドルの共形平坦性を、Yang-Mills バンドル接続概念の導入のもとに、Weyl 共形曲率テンソル等の微分幾何学的枠組みを援用して、上記結論に到達した。

審 査 の 結 果 の 要 旨

共形幾何学の中心テーマである共形平坦性の研究をサークルバンドル構造をもつ多様体に限定して考察を加えることが著者の論文の主旨である。

著者が本論文で扱った多様体は 4, 5 次元のものであるが、これはなんら技術的条件設定ではなく、逆に Yang-Mills 自己双対性や共形的自己双対性などにみられるように、これらの次元は豊かな幾何学的内容をもつものといえる。

論文前半部で扱われた内容は、4 次元自己双対サークルバンドルの共形平坦性の考察である。同様の定理が

Oxford の Hitchin らによって Twistor 的考察ですでに得られているが、著者はそれとは独自に構造方程式をもとに直交フレームの手法により結果を得た。一般の場合にも通用するフレーム手法で求めた点が評価される。

後半部の論文の内容は、5 次元球面がもつ Hopf バンドル構造を共形幾何学的に特徴づけることに成功したという点、また同時に局所的条件のもとに構造的結論が帰結されたという点の二重の意味において高く評価されるものである。

よって、著者は博士（数学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。